

## MENENTUKAN LUAS DAERAH DI BAWAH KURVA EKSPONEN MENGUNAKAN *MICROSOFT MATHEMATICS 4.0*

**Vigih Hery Kristanto**

*Program Studi Pendidikan Matematika–FKIP  
Universitas Katolik Widya Mandala Madiun*

### ABSTRACT

*In the year 2010, Microsoft as one of the biggest software companies introduced an application in the form of free software, that is, Microsoft Mathematics 4.0. This application is used to solve some problems of school mathematics, such as: statistics, calculus, equation and equation system, the painting of two dimension graph, three dimension graph and triangle. Related to this phenomenon, the writer tried to apply Microsoft Mathematics 4.0 to determine the width of area below/under exponent curve limited by axis X, line  $x = a$  and line  $x = b$  with the steps: (1) Graphing Equations and Functions-2D-Cartesian-Add-Input-Graph and (2) Worksheet-Input-Enter-Output.*

**Key words:** *width of area, exponent curve, Microsoft Mathematics 4.0.*

### A. Pendahuluan

Kemajuan teknologi memberi banyak kemudahan bagi kehidupan manusia. Dampak dari kemajuan teknologi merambah berbagai macam bidang kehidupan, demikian halnya pada bidang pendidikan. Dalam bidang pendidikan khususnya pembelajaran, teknologi menjadi acuan apakah pembelajaran yang dilaksanakan bermutu atau tidak. Pembelajaran dikatakan bermutu, jika menerapkan jenis teknologi yang sesuai sebagai media pembelajarannya. Salah satu bentuk teknologi yang banyak digunakan dalam pembelajaran adalah aplikasi (paket program).

Pada tahun 2010 lalu, *Microsoft* salah satu perusahaan *software* terbesar memperkenalkan sebuah aplikasi berupa *software gratis (free software)*, yaitu *Microsoft Mathematics 4.0*. Aplikasi ini dirancang sebagai pelengkap pembelajaran matematika sekolah. Aplikasi ini dapat digunakan untuk menyelesaikan beberapa permasalahan matematika sekolah, antara lain: statistik, kalkulus, persamaan dan sistem persamaan, melukis grafik dua dimensi maupun tiga dimensi, serta segitiga. Penyelesaian permasalahan matematika sekolah menggunakan *Microsoft Mathematics 4.0* juga dilengkapi dengan langkah-langkah penyelesaian.

Telah disebutkan bahwa aplikasi ini dapat menyelesaikan permasalahan kalkulus. Kalkulus pada matematika sekolah terdiri atas dua jenis, yaitu kalkulus diferensial (termasuk di dalamnya konsep limit) dan kalkulus integral. Dua konsep kalkulus ini diberikan pada sekolah jenjang menengah atas (SMA) program IPA maupun IPS. Kalkulus diferensial diberikan pada SMA Kelas XI dan Kalkulus

integral diberikan pada SMA Kelas XII. Dua konsep kalkulus ini merupakan salah satu konsep penting, selain dari manfaatnya yang besar dalam kehidupan, konsep kalkulus ini juga termasuk dalam standar kompetensi lulusan (SKL) SMA.

Salah satu kegunaan konsep kalkulus ini adalah untuk menentukan luas daerah di bawah kurva. Konsep kalkulus yang digunakan untuk menentukan luas permukaan di bawah kurva adalah kalkulus integral. Banyak yang menyebutkan bahwa integral adalah kebalikan dari turunan. Seperti yang ditegaskan oleh Sartono Wirodikromo (4:2004a), bahwa integral adalah balikan (inversi) dari diferensial atau turunan. Namun hal ini tidak sepenuhnya benar, karena tidak semua fungsi dapat diintegrasikan.

Salah satu jenis fungsi yang dipelajari pada matematika sekolah adalah fungsi eksponen. Nama lain dari eksponen adalah pangkat, kebalikan dari pangkat adalah logaritma. Karena eksponen adalah pangkat, maka fungsi eksponen dapat disebut dengan fungsi pangkat. Fungsi eksponen ini jika digambarkan dalam diagram kartesius membentuk suatu kurva yang *asimtot* datarnya adalah sumbu X.

Menentukan integral dari fungsi eksponen tidak mudah, walaupun banyak formula integral yang dapat digunakan untuk mencari integral dari fungsi tersebut. Hal ini dikarenakan integral fungsi eksponen memiliki bentuk yang tidak biasa dan sulit untuk dipahami. Selain itu, menentukan nilai integral dari fungsi logaritma yang berbentuk logaritma natural juga tidak *gampang*, karena membutuhkan alat bantu khusus. Alat bantu untuk menentukan nilai logaritma natural adalah tabel dan kalkulator. Kenyataan tersebut semakin menunjukkan bahwa penentuan luas daerah di bawah kurva eksponen sulit. Namun, dengan *Microsoft Mathematics 4.0* semua kesulitan tersebut dapat diatasi. Seperti yang telah dituliskan sebelumnya, aplikasi ini dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kalkulus. Selain itu, aplikasi ini juga menyediakan penyelesaian lengkap dengan tahap-tahapnya. Karena lengkap dengan tahap-tahapnya, pengguna aplikasi sekaligus dapat mempelajari langkah-langkah penyelesaian dan formula apa saja yang digunakan.

Berkaitan dengan hal tersebut, maka penulis tertarik untuk mengetahui bagaimana cara (langkah) yang harus dilakukan untuk menentukan luas daerah di bawah kurva eksponen menggunakan *Microsoft Mathematics 4.0*. Luas di bawah kurva eksponen yang dimaksud adalah daerah di bawah kurva eksponen yang dibatasi oleh sumbu X, garis  $x = a$  dan garis  $x = b$ . Manfaat yang nantinya dapat diperoleh dari pengkajian ini salah satunya adalah, kita dapat ikut mempelajari bagaimana cara menggunakan aplikasi ini untuk menyelesaikan permasalahan matematika sekolah yang berhubungan dengan konsep kalkulus integral. Selain itu, para pembaca dapat langsung mempraktikkan langkah-langkah penyelesaian yang diperoleh, jika sudah *download* dan *install* aplikasi ini.

## B. Tinjauan Pustaka

### 1. Fungsi Eksponen

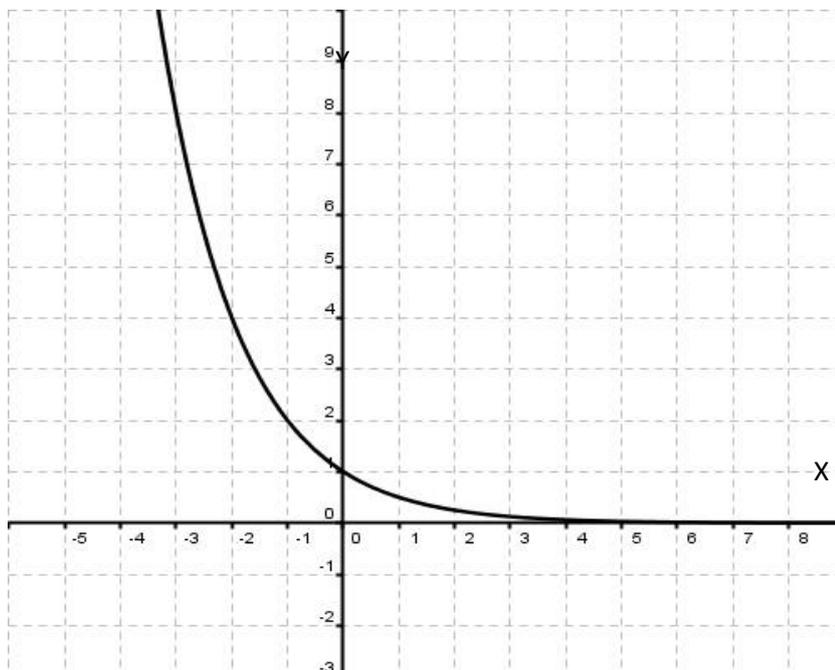
Fungsi eksponen adalah fungsi yang memetakan bilangan real  $x$  ke tepat satu bilangan real  $p^x$  (Sartono Wirodikromo, 209:2004b). Dengan demikian, fungsi eksponen memiliki daerah asal (*domain*) bilangan real sebarang dengan daerah hasil (*range*) bilangan real yang berbentuk pangkat. Bentuk umum dari fungsi eksponen dituliskan sebagai berikut.

$$f: x \rightarrow p^x \text{ atau } y = f(x) = p^x$$

Terdapat beberapa hal yang berkaitan dengan fungsi eksponen, yaitu:

- $f(x) = p^x$  disebut sebagai rumus fungsi eksponen.
- $p$  disebut basis bagi fungsi eksponen, nilai  $p$  berada pada interval terbuka  $(0,1)$  dan  $(1,\infty)$ .
- $x$  disebut variabel bebas, merupakan anggota *domain* dari fungsi eksponen (ditulis:  $D_f = \{x|x \in \mathbf{R}\}$ ).
- $y$  disebut variabel terikat, merupakan anggota *range* dari fungsi eksponen (ditulis:  $W_f = \{y|y > 0 \text{ dan } y \in \mathbf{R}\}$ ).

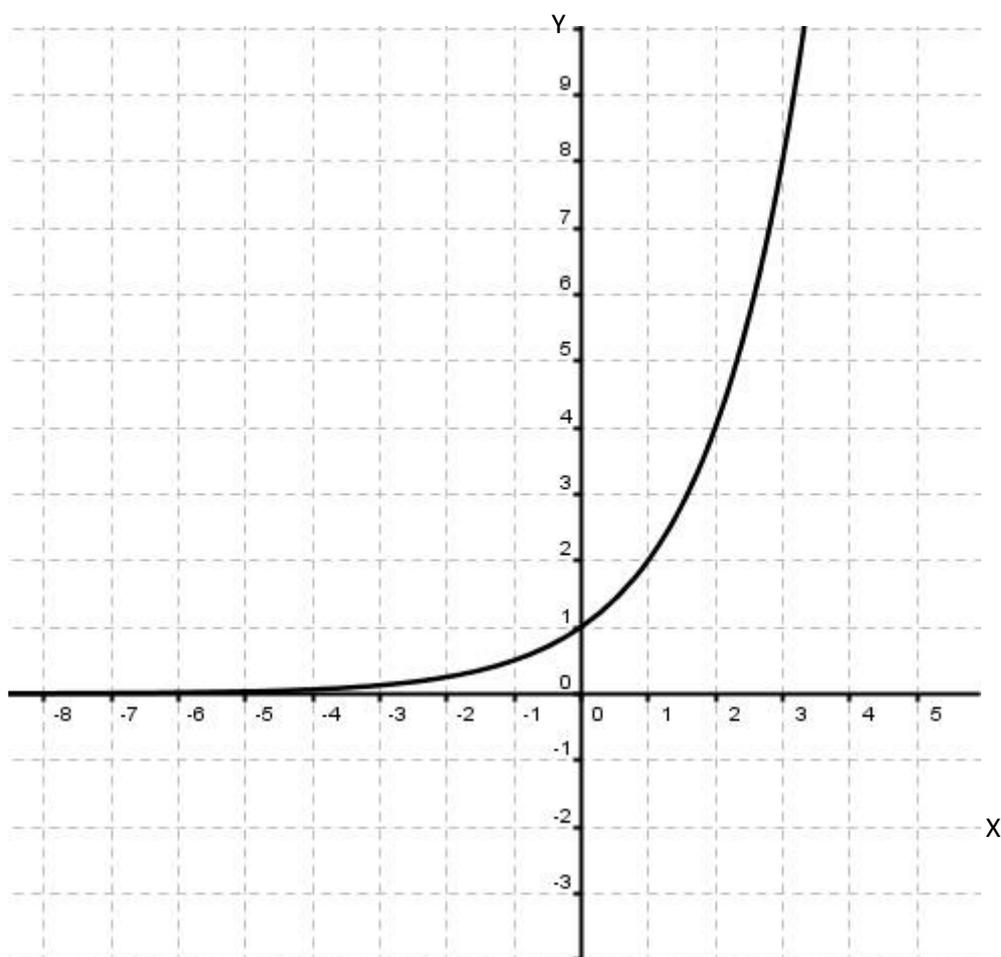
Karena nilai  $p$  berada pada dua macam interval terbuka, fungsi eksponen ini memiliki dua macam bentuk grafik fungsi. Untuk fungsi eksponen dengan nilai  $p$  berada pada interval  $(0,1)$ , misalnya  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , maka bentuk grafik fungsinya seperti pada gambar di bawah ini.



Gambar 1

Grafik Fungsi  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Gambar grafik fungsi eksponen di atas monoton turun. Grafik ini turun dari kiri atas, ke kanan bawah, sehingga semakin besar nilai  $x$ , maka nilai fungsi  $y = f(x)$  semakin kecil. Namun, fungsi eksponen dengan nilai  $p$  berada pada interval  $(1, \infty)$ , misalnya  $y = 2^x$ , memiliki grafik monoton naik. Grafik tersebut akan naik dari kiri bawah ke kanan atas, sehingga untuk nilai  $x$  yang semakin besar, maka nilai fungsi  $y = f(x)$  juga semakin besar. Gambar grafik fungsi  $y = 2^x$  ditunjukkan pada gambar di bawah ini.



**Gambar 2**  
**Grafik Fungsi  $y = 2^x$**

## 2. Integral Fungsi Eksponen

Integral termasuk dalam operasi aljabar. Menurut Sartono Wirodikromo (5:2004a), definisi integral adalah sebagai berikut, misalkan  $F(x)$  adalah suatu fungsi yang bersifat  $F'(x) = f(x)$ , maka  $F(x)$  adalah integral dari fungsi  $f(x)$ . Dalam hal ini integral merupakan anti (kebalikan) turunan. Notasi

yang digunakan untuk melambangkan operasi integral adalah  $\int$ , notasi ini merupakan lambang dari integral tak tentu. Sehingga bentuk umum integral tak tentu dari fungsi  $f(x)$  terhadap variabel  $x$  adalah,

$$\int f(x)dx$$

Bentuk umum di atas, dapat dibaca, "integral dari  $f(x)$  terhadap variabel  $x$ ". Integral tak tentu dari suatu fungsi  $f(x)$  terhadap variabel  $x$ , dapat ditentukan dengan hubungan,

$$\int f(x)dx = F(x) + C \text{ dengan } F'(x) = f(x)$$

$F(x)$  disebut dengan fungsi integral umum,  $f(x)$  disebut fungsi integran, dan  $C$  adalah konstanta bilangan real sebarang atau konstanta pengintegralan (Sartono Wirodikromo, 5:2004a).

Sedangkan, integral tertentu atau integral Reimann dari suatu fungsi umum  $f(x)$  memiliki bentuk umum sebagai berikut,

$$\int_a^b f(x)dx$$

Bentuk di atas, dapat dibaca sebagai integral tentu  $f(x)$  terhadap  $x$ , untuk  $x = a$  sampai  $x = b$ . Untuk menentukan nilai dari integral tertentu, dapat digunakan teorema fundamental kalkulus I, sebagai berikut.

Misalkan  $f: [a, b] \rightarrow R$  terintegral pada  $[a, b]$  dan  $F: [a, b] \rightarrow R$ , memenuhi syarat,  $f$  kontinu pada  $[a, b]$  dan derivatif  $F$  ada, dan  $F'(x) = f(x)$  untuk semua  $x \in (a, b)$ , maka,

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \text{ (Sutrima, 163:2010).}$$

Integral tertentu di atas, dapat ditafsirkan sebagai luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh kurva  $y = f(x)$ , sumbu  $X$ , dan garis  $x = a$  dan garis  $x = b$  (Sartono Wirodikromo, 29:2004a). Sehingga menggunakan teorema fundamental kalkulus I di atas, luas permukaan di bawah kurva  $y = f(x)$  yang berada pada interval  $[a, b]$  dapat dihitung menggunakan persamaan,

$$L = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

#### a. Integral tak Tentu dari Fungsi Eksponen

Seperti yang telah dijelaskan di atas, integral tak tentu dapat dicari menggunakan hubungan  $\int f(x)dx = F(x) + C$ . Selain itu, fungsi eksponensial didefinisikan sebagai  $y = f(x) = p^x$ . Dengan demikian, integral tertentu dari suatu fungsi eksponensial dinotasikan dengan,

$$\int f(x)dx = \int p^x dx$$

Menurut Danang Mursita (2:2009), integral dari fungsi eksponen menghasilkan fungsi integral umum  $F(x) = \frac{p^x}{\ln p} + C$ . Dengan demikian, berdasarkan hubungan  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , diperoleh hasil integral tak tentu dari fungsi eksponensial sebagai berikut,

$$\int p^x dx = \frac{p^x}{\ln p} + C$$

Dengan  $\ln p$  adalah bentuk logaritma dari bilangan natural (e).

### b. Integral Tertentu dari Fungsi Eksponen

Menurut teorema fundamental kalkulus I yang dituliskan di atas, integral tertentu dapat ditentukan dengan persamaan,

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Dengan demikian, integral tertentu dari fungsi eksponensial dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\int_a^b p^x dx = \frac{p^b}{\ln p} - \frac{p^a}{\ln p}$$

Selain itu, telah pula disebutkan bahwa integral tertentu dapat ditafsirkan sebagai luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh kurva  $y = f(x)$ , sumbu X, dan garis  $x = a$  dan garis  $x = b$ . Sehingga luas daerah di bawah kurva  $y = f(x) = p^x$ , sumbu X, garis  $x = a$  dan garis  $x = b$  adalah,

$$L = \int_a^b p^x dx = \frac{p^b}{\ln p} - \frac{p^a}{\ln p}$$

### 3. Microsoft Mathematics 4.0

Pada tahun 2010, salah satu perusahaan *software* terbesar *Microsoft* meluncurkan *software* resmi dan gratis, yaitu *Microsoft Mathematic's* versi 4.0. *Software* ini ditujukan untuk bidang pendidikan, khususnya pendidikan matematika. *Microsoft Mathematics* mirip seperti kalkulator canggih, yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah matematis dari yang sederhana hingga kompleks (Febian, 2011:1).

Karena bekerja layaknya kalkulator, *Microsoft Mathematics 4.0* dapat membantu mengatasi berbagai masalah perhitungan, khususnya membantu menyelesaikan perhitungan dengan berbagai macam rumus, mulai rumus dasar hingga rumus *precalculus*. Tampilan sederhana dari *Microsoft Mathematics 4.0* membuat *software* ini mudah untuk digunakan, sehingga sangat mungkin

digunakan oleh banyak orang dari berbagai kalangan, bukan hanya orang dari bidang matematik. *Microsoft Mathematics 4.0* memiliki kemampuan untuk melakukan perhitungan mulai dari pra-aljabar, aljabar, trigonometri, kalkulus, fisika, kimia, serta berbagai macam perhitungan, termasuk perhitungan dengan berbagai macam rumus.

Selain itu, *Microsoft Mathematics 4.0* juga dilengkapi dengan tampilan *graphing*, *calculator*, *unit converter*, dan langkah-langkah penyelesaian yang interaktif sehingga bisa membimbing penggunaanya dalam memahami prinsip dari penyelesaian matematis. Beberapa fitur yang terdapat dalam *Microsoft Mathematics 4.0* yaitu panduan dalam menyelesaikan perhitungan secara langkah demi langkah dan interaktif, *graphing calculator* yang berfungsi untuk mengatur tampilan data dalam 2 dimensi maupun 3 dimensi yang berwarna, dilengkapi dengan *database* rumus penting hingga lebih dari 100 rumus yang sering digunakan dalam perhitungan, mempunyai banyak metode penyelesaian yang akan membantu anda menyelesaikan perhitungan dengan cepat, memiliki *Unit Conversion Tool* lengkap meliputi panjang, luas, volume, berat, temperatur, tekanan, energi, daya, kecepatan, waktu, dan masih banyak lagi (Febian, 2011:1).

#### a. Men-download dan Meng-install Aplikasi *Microsoft Mathematics 4.0*

Karena *Microsoft Mathematics 4.0* adalah *software* legal dan gratis, maka kita dapat men-download dan meng-install *software* ini dengan mudah. Kapasitas yang hanya sebesar  $\pm 12$  MB, membuat proses *download* relatif cepat dan tidak membutuhkan *hardisk* yang besar. Untuk mendownload *software* ini kita bisa mengunjungi *website* <http://www.microsoft.com/en-us/download/details.aspx?id=15702>, kemudian mengikuti langkah-langkah yang tertulis di blog *Microsoft* tersebut. Namun, *software* ini memiliki dua versi, yaitu *MSetup\_x86* untuk *Windows 32bit* dan *MSetup\_x64* untuk *Windows 64bit*. Dengan demikian, pada saat mendownload, kita harus memilih *setup* yang sesuai dengan *PC* atau laptop kita.

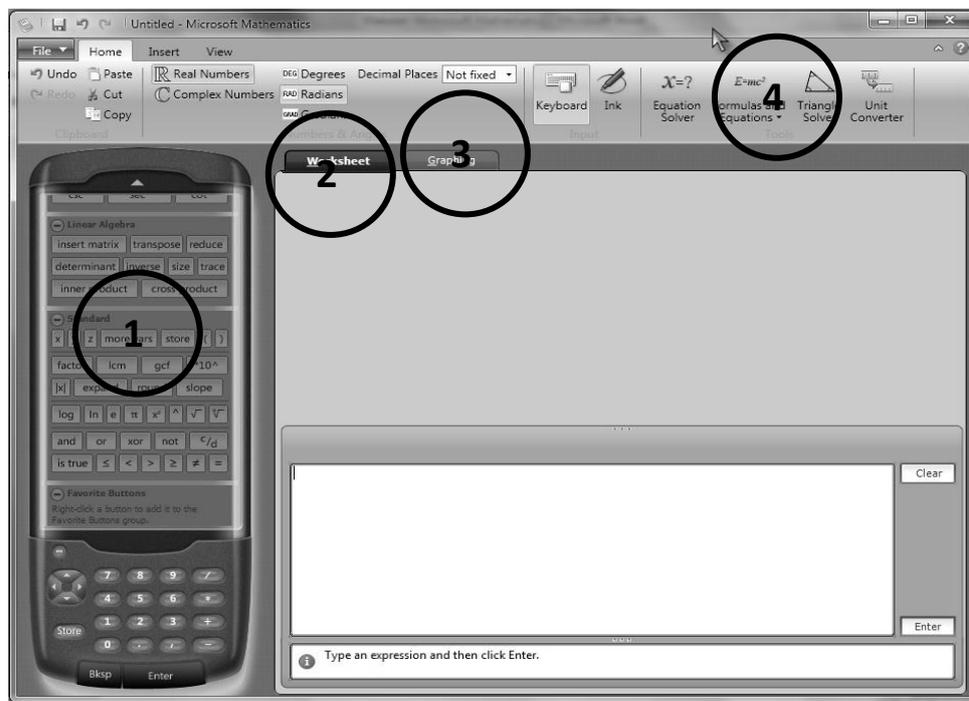
Untuk pengguna sistem operasional (OS) *Windows XP* tidak langsung dapat menginstall *Microsoft Mathematics 4.0*. Pengguna OS *Windows XP* harus menginstall *Framework 3.5 SP1* terlebih dahulu sebelum menginstall *Microsoft Mathematics 4.0*. *Framework 3.5 SP1* ini dapat diperoleh dengan mendownload *setup*nya dari *website* <http://download.microsoft.com/download/2/0/E/20E90413-712F-438C-988E-FDAA79A8AC3D/dotnetfx35.exe>. Penginstallan *Framework* hanya dapat dilakukan secara *online*. Penginstallan secara *online* ini membutuhkan waktu yang cukup lama, tergantung dari kapasitas *software* yang akan diinstall.

Setelah *Framework 3.5 SP1* telah terinstall, maka pengguna OS *Windows XP* dapat melakukan penginstallan *Microsoft Mathematics 4.0*.

Setelah *download* selesai, maka dapat dilanjutkan ke proses penginstallan. Terdapat tahap-tahap yang harus diikuti ketika melakukan proses *install* agar *Microsoft Mathematics 4.0* dapat terinstall dengan benar, yaitu (1) *double* klik *installer* yang baru saja didownload (*MSetup\_x86* atau *MSetup\_x64*), klik "*next*" untuk memulai proses instalasi, (2) membubuhkan tanda centang "*I accept the terms in the License Agreement*" kemudian klik "*next*", (3) klik "*install*" untuk memulai instalasi dan tunggu hingga proses instalasi selesai, (4) klik "*finish*", (5) jika muncul permintaan instalasi *DirectX*, pilih "*i accept the agreement*" dan klik "*next*", (6) klik "*next*" untuk memulai instalasi *DirectX*, (7) klik "*finish*", (8) klik "*close*" (Febian, 2011:1). Selanjutnya, kita bisa mulai mencari program *Microsoft Mathematic's 4.0*, melalui tombol "*start*" pada PC atau laptop dan *software* tersebut dapat mulai kita gunakan.

#### b. Bagian-bagian *Microsoft Mathematics 4.0*

Ketika membuka program *Microsoft Mathematics 4.0* kita akan melihat tampilan seperti pada gambar di bawah ini. Dari tampilan tersebut, dapat terlihat bagian-bagian dari *Microsoft Mathematics 4.0*. Secara garis besar *Microsoft Mathematics 4.0* terdiri atas empat bagian. Empat bagian tersebut dapat dilihat pada gambar berikut.



**Gambar 3**  
**Empat Bagian Microsoft Mathematics**

Penjelasan dari empat bagian yang terlihat pada gambar di atas, diuraikan sebagai berikut (*Microsoft, 2010:1*).

- 1) **Calculator Pad**, pada bagian ini terdapat *number paddan* diikuti dengan kelompok-kelompok tombol, yaitu *statistics, trigonometry, linear algebra, calculus, standard*, dan *favorite buttons*. Kelompok tombol *statistics* untuk menyelesaikan masalah statistik, kelompok tombol *trigonometry* untuk menyelesaikan masalah trigonometri, kelompok tombol *linear algebra* untuk menyelesaikan masalah aljabar linear, dan kelompok tombol *calculus* untuk menyelesaikan permasalahan kalkulus. Kemudian kelompok tombol *standard*, berfungsi seperti layaknya kalkulator sains. Untuk kelompok tombol favorit (*favorite buttons*) hanya sebagai fasilitas pelengkap, yang bertujuan untuk mengelompokkan tombol-tombol berdasarkan keinginan pengguna.
- 2) **Worksheet**, bagian ini digunakan untuk melakukan pengerjaan perhitungan. Dalam *worksheet* terdapat *input* dan *output* yang akan tampil jika kita melakukan pengerjaan perhitungan. Pada *Output* terdapat langkah-langkah penyelesaian. Namun, langkah penyelesaian ini hanya muncul ketika pengguna menyelesaikan permasalahan-permasalahan matematis sederhana, misalnya persamaan dan sistem persamaan.
- 3) **Graphing tab**, bagian ini dapat digunakan untuk membuat banyak grafik matematik. *Graphing tab* memiliki panel *input* yang berguna untuk memasukkan bentuk grafik matematik yang ingin dibuat. Jenis grafik matematik yang terdapat dalam *graphing tab* adalah *equations and functions, inequality, data sets*, dan *parametric equations*. *Equations and function* (fungsi dan persamaan) digunakan untuk membuat grafik dari berbagai fungsi maupun persamaan. *Inequality* (pertidaksamaan) berguna untuk membuat grafik daerah penyelesaian untuk suatu pertidaksamaan. *Data sets* (himpunan-himpunan data) dapat digunakan untuk menggambar data-data dari suatu himpunan. *Parametric equations* (persamaan parameter) berguna untuk membuat gambar grafik dari persamaan-persamaan parameter.
- 4) **Math Tools**, bagian ini memuat sekumpulan peralatan, yang terdiri atas:
  - a) **Equation Solver** untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan sistem persamaan linear.
  - b) **Formulas and Equations** memuat rumus-rumus kimia, fisika, dan matematika. Rumus-rumus ini dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan dalam kimia, fisika, dan matematika.

- c) *Triangle Solver* digunakan untuk menentukan ukuran lain dari segitiga, jika pengguna mengetahui beberapa ukuran dari segitiga dan menginginkan untuk mencari ukuran lainnya.
- d) *Unit Conversion Tool* digunakan untuk merubah satuan. Misalnya dari  $\text{km}^2$  ke are, dan sebagainya.

### c. Fasilitas *Calculator Pad* untuk Permasalahan Kalkulus

Telah diuraikan pada bagian sebelumnya bahwa *calculator pad* memuat kelompok-kelompok tombol, salah satunya adalah kelompok tombol *calculus*. Kelompok tombol ini tentu digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kalkulus. Kelompok tombol kalkulus dapat dilihat pada gambar 4 di bawah ini.

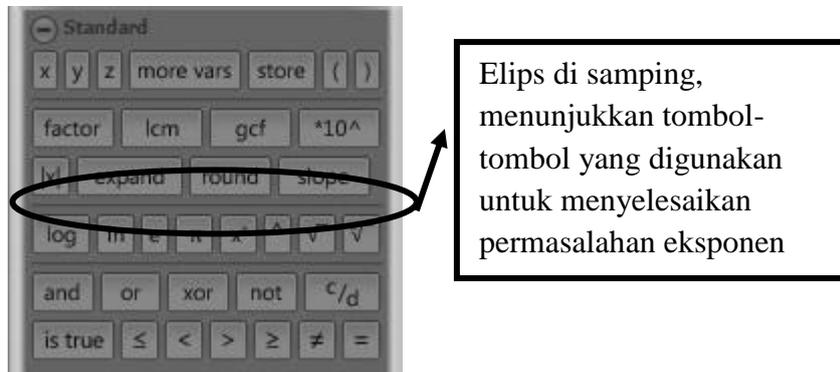


**Gambar 4**  
**Tampilan Kelompok Tombol *Calculus***

Pada gambar di atas, terdapat tombol-tombol dengan simbol  $d/dx$ ,  $d^2/dx^2$ ,  $\int$ ,  $\int_a^b$ , dan lain-lain. Tombol dengan simbol  $d/dx$  digunakan untuk menentukan turunan suatu fungsi terhadap  $x$ , dengan kata lain simbol ini digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kalkulus diferensial demikian halnya dengan simbol  $d^2/dx^2$ . Tombol yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kalkulus integral untuk integral tak tentu adalah  $\int$ , sedangkan tombol yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan integral tertentu termasuk di dalamnya luas permukaan di bawah kurva adalah tombol dengan simbol  $\int_a^b$ .

### d. Fasilitas *Calculator Pad* untuk Permasalahan Eksponen

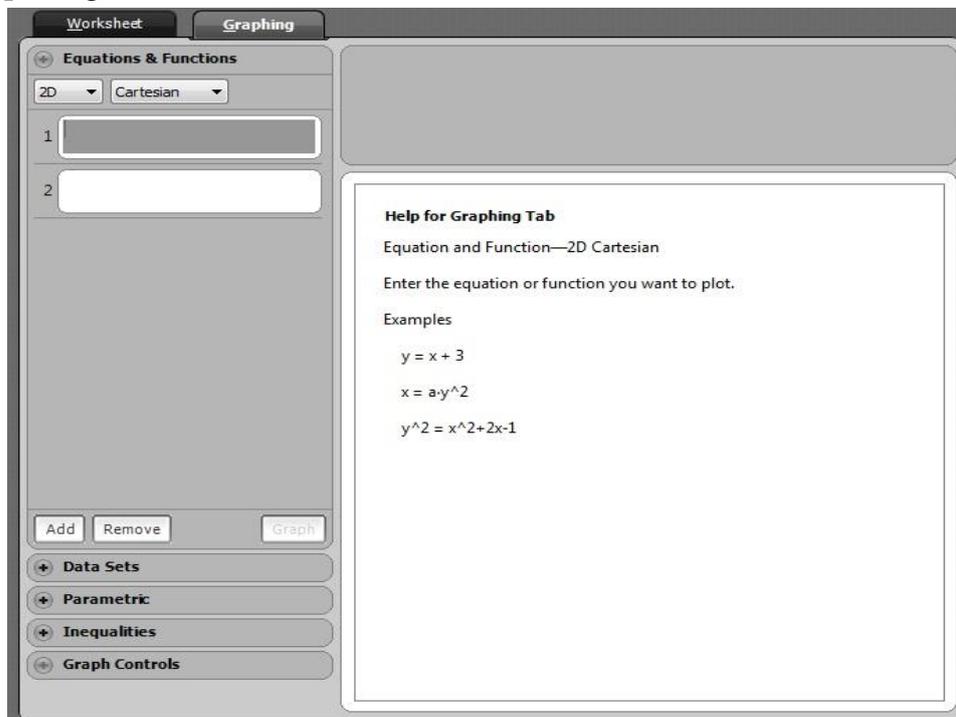
*Calculator Pad* juga memuat kelompok tombol *standard*. Kelompok tombol ini sebenarnya mirip dengan tombol yang terdapat dalam kalkulator sains. Kelompok tombol *standard* ini memuat tombol-tombol yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan eksponen. Tombol-tombol yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan eksponen dapat dilihat pada gambar 5 sebagai berikut.



**Gambar 5**  
**Tampilan Kelompok Tombol *Standard***

**e. Fasilitas *Graphing* untuk Menggambar Grafik Fungsi Dua Dimensi**

Fasilitas *graphing tab* digunakan untuk melukis grafik dua dimensi, termasuk di dalamnya untuk melukis grafik fungsi. Pada bagian sebelumnya dijelaskan bahwa dalam fasilitas *graphing tab* terdapat beberapa panel *input*, salah satunya adalah panel *input equations and functions*. Panel *input* ini dapat digunakan untuk melukis lebih dari satu grafik fungsi dua dimensi. Tampilan dari fasilitas *graphing* dengan panel *input equations and functions* dapat dilihat pada gambar 6 di bawah ini.



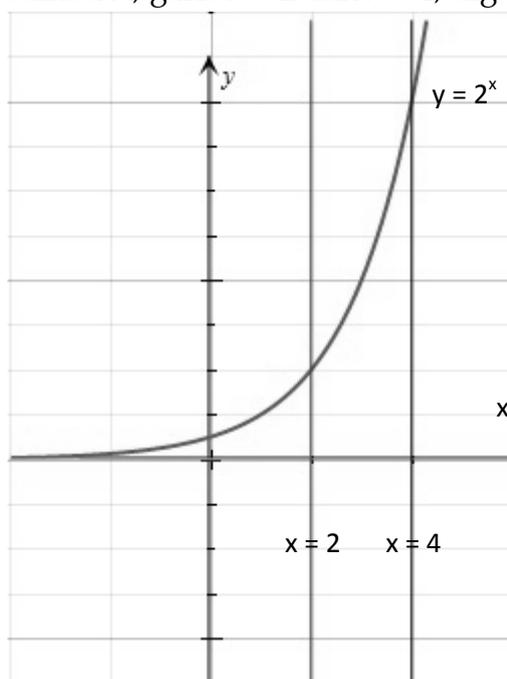
**Gambar 6**  
**Tampilan Panel *Input Equations and Function***

### C. Pembahasan

Telah diketahui bahwa integral tertentu dapat digunakan untuk menentukan luas yang dibatasi oleh suatu fungsi umum, sumbu  $X$ , dan garis konstan yang memotong sumbu  $X$ . Jika fungsi umum tersebut berupa fungsi eksponen, dengan daerah asal bilangan real, maka akan terbentuk suatu kurva eksponen. Daerah di bawah kurva eksponen tersebut tentu memiliki ukuran luas, sehingga pada bagian ini, akan ditunjukkan langkah-langkah dalam menentukan ukuran luas daerah di bawah kurva eksponen menggunakan integral tertentu.

#### 1. Menentukan Luas di Bawah Kurva Eksponen

Misalkan terdapat fungsi eksponen  $y = 2^x$ , daerah di bawah kurva  $y = 2^x$  dan dibatasi oleh sumbu  $X$ , garis  $x = 2$  dan  $x = 4$ , digambarkan sebagai berikut.



**Gambar 7**  
 $y = 2^x$ , sumbu  $X$ ,  $x = 2$ , dan  $x = 4$

Luas daerah yang terbentuk seperti pada gambar di atas, dapat ditentukan dengan cara,

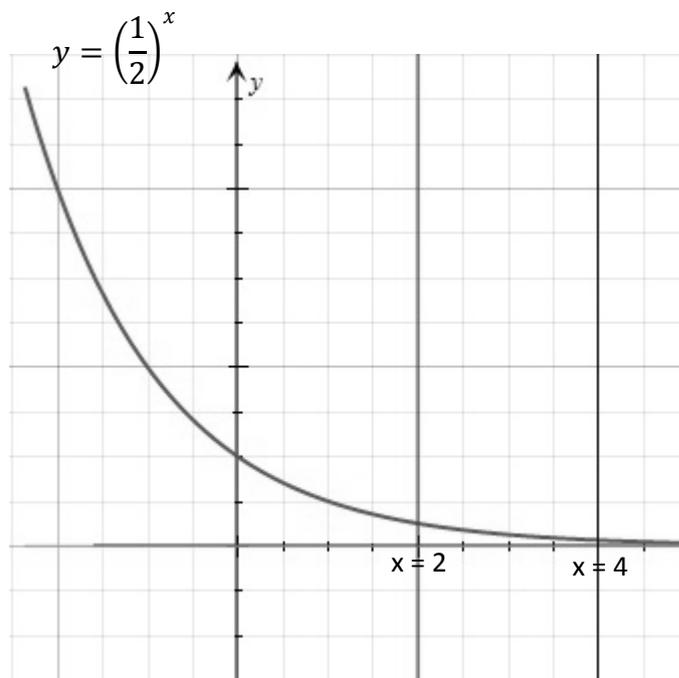
$$L = \int_2^4 2^x dx$$

Bentuk integral tertentu tersebut, dapat ditentukan nilainya menggunakan hubungan,

$$L = \int_2^4 2^x dx = \frac{2^4}{\ln 2} - \frac{2^2}{\ln 2}$$

Pada hubungan di atas, terdapat bentuk logaritma natural yaitu,  $\ln 2$ . Menentukan  $\ln 2$  dapat dilakukan dengan bantuan alat hitung, misalnya kalkulator. Menggunakan kalkulator diperoleh nilai  $\ln 2 = 0.69314 \dots$ . Dengan demikian, luas daerah di bawah kurva  $y = 2^x$ , dan dibatasi oleh sumbu  $X$ , garis  $x = 2$ ,  $x = 4$ ,  $L = \frac{12}{0.69314 \dots} = 17.3123 \dots$  satuan luas.

Untuk fungsi eksponen  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , daerah di bawah kurva  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  dan dibatasi oleh sumbu  $X$ , garis  $x = 2$  dan  $x = 4$ , digambarkan sebagai berikut.



**Gambar 8**

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , sumbu  $X$ ,  $x = 2$ , dan  $x = 4$

Luas daerah yang terbentuk seperti pada gambar di atas, dapat ditentukan dengan cara,

$$L = \int_2^4 \left(\frac{1}{2}\right)^x dx$$

Bentuk integral tertentu tersebut, dapat ditentukan nilainya menggunakan hubungan,

$$L = \int_2^4 \left(\frac{1}{2}\right)^x dx = \frac{2^{-4}}{\ln \frac{1}{2}} - \frac{2^{-2}}{\ln \frac{1}{2}}$$

Pada hubungan di atas, diperoleh bentuk logaritma natural yaitu,  $\ln \frac{1}{2}$ . Menggunakan kalkulator diperoleh nilai  $\ln \frac{1}{2} = -0.6931 \dots$ . Dengan

demikian, luas daerah di bawah kurva  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , dan dibatasi oleh sumbu X, garis  $x = 2$ ,  $x = 4$ ,  $L = \frac{1/4^{-1}/16}{0.6931471805599} = 0.2705 \dots$  satuan luas.

Dari dua proses tersebut dapat dituliskan langkah-langkah untuk menentukan luas daerah di bawah kurva eksponen, sebagai berikut.

- Menentukan batas daerah di bawah kurva  $y = p^x$ . Batas yang dimaksud adalah sumbu X, garis  $x = a$ , dan garis  $x = b$ .
- Menggambarkan daerah di bawah kurva  $y = p^x$ , lengkap dengan batas-batasnya.
- Menentukan luas daerah di bawah kurva dengan formula,

$$L = \int_a^b p^x dx = \frac{p^b}{\ln p} - \frac{p^a}{\ln p}.$$

## 2. Menentukan Luas daerah di Bawah Kurva Eksponen Menggunakan *Microsoft Mathematics 4.0*

Langkah-langkah manual dalam menentukan Luas daerah di bawah kurva eksponen yang telah diuraikan pada bagian sebelumnya cukup panjang. Selain itu, bagian tersulit dari proses tersebut adalah ketika menentukan nilai luasnya. Hal ini disebabkan karena terdapat bentuk logaritma natural, yang untuk menentukan nilainya harus menggunakan alat hitung. Bagian tersulit tersebut dapat dipermudah jika menggunakan *Microsoft Mathematics 4.0*.

Dalam pembahasan sebelumnya, *Microsoft Mathematics 4.0* memiliki fasilitas *graphing tab*, fasilitas ini dapat digunakan untuk menggambarkan daerah di bawah kurva  $y = p^x$ . Luas daerah di bawah kurva dapat ditentukan menggunakan *calculator pad* pada kelompok tombol kalkulus. Secara rinci, penggunaan *Microsoft Mathematics 4.0* untuk menentukan luas daerah di bawah kurva eksponen dapat dilihat pada contoh berikut ini.

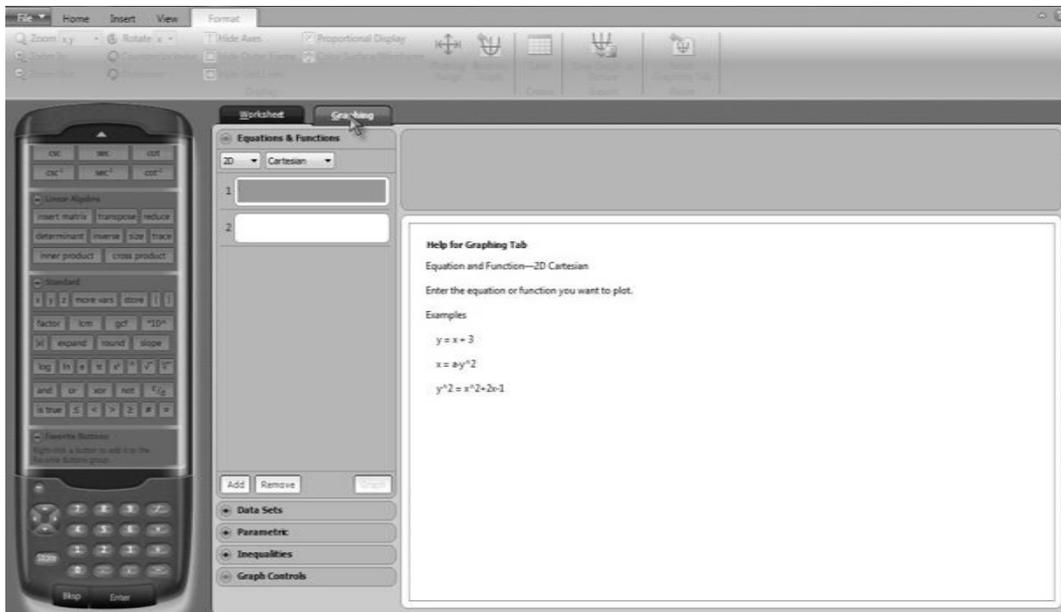
### Contoh:

Tentukan luas daerah di bawah kurva  $y = 3^{x+1}$ , yang dibatasi oleh sumbu X, garis  $x = -1$ , dan garis  $x = 2$ !

### Penyelesaian:

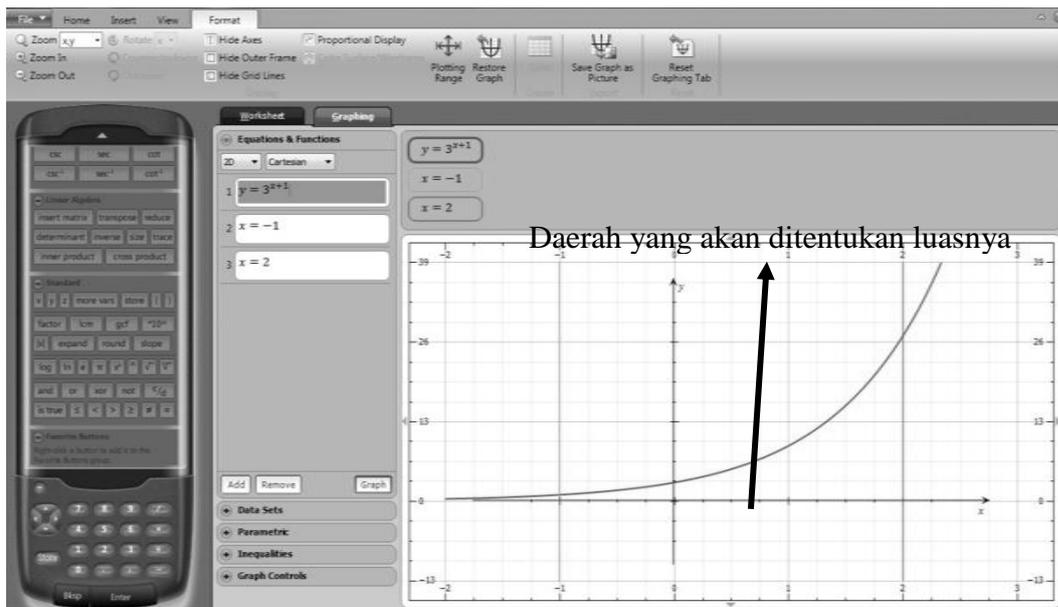
- Menentukan batas daerah  
Batas-batas daerah di bawah kurva  $y = 3^{x+1}$  adalah sumbu X, garis  $x = -1$ , dan garis  $x = 2$ .
- Menggambar daerah di bawah kurva lengkap dengan batas-batasnya.  
Untuk menggambar daerah di bawah kurva  $y = 3^{x+1}$  yang dibatasi oleh sumbu X, garis  $x = -1$ , dan garis  $x = 2$ , menggunakan fasilitas *Graphing*

Tab, 2D, cartesian, kemudian equations & functions, seperti pada gambar di bawah ini.



**Gambar 9**  
**Fasilitas Graphing Tab: equation&functions**

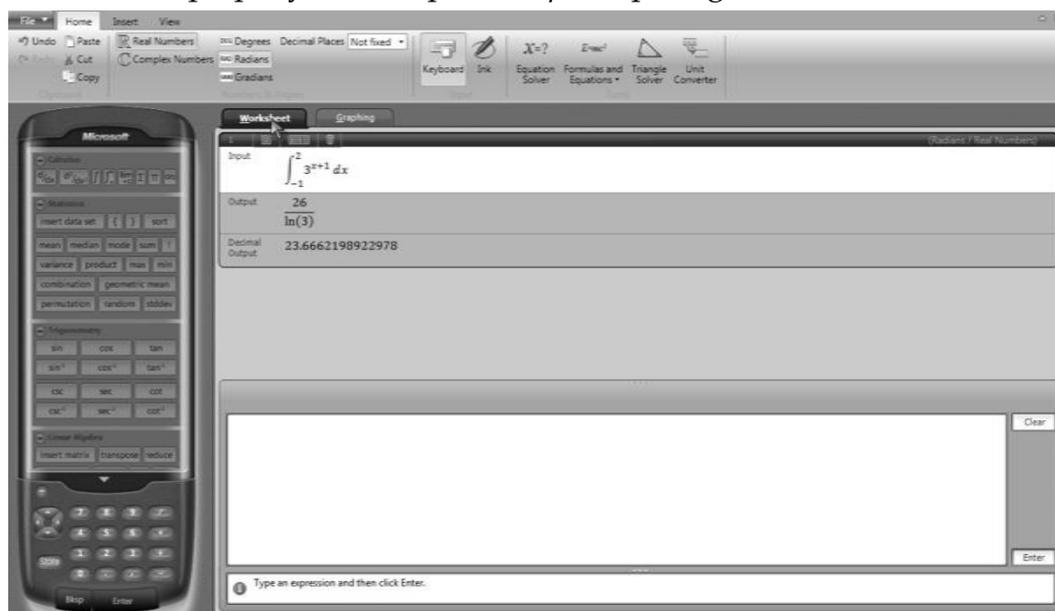
Klik add untuk menambah kolom input, kemudian masukkan fungsi  $y = 3^{x+1}$ , garis  $x = -1$ , dan garis  $x = 2$ , kemudian klik graph, maka akan muncul tampilan sebagai berikut.



**Gambar 10**  
**Tampilan Grafik  $y = 3^{x+1}$ , Garis  $x = -1$ , dan Garis  $x = 2$**

## c. Menentukan luas daerah di bawah kurva

Untuk menentukan luas daerah di bawah kurva  $y = 3^{x+1}$  yang dibatasi oleh sumbu  $X$ , garis  $x = -1$ , dan garis  $x = 2$ , menggunakan fasilitas *Worksheet* kemudian pada *input* dituliskan formula,  $\int_{-1}^2 3^{x+1} dx$ , kemudian tekan *enter*. Akan tampil penyelesaian pada *output* seperti gambar di bawah ini.



**Gambar 11**  
**Hasil Perhitungan  $\int_{-1}^2 3^{x+1} dx$**

Sehingga luas daerah di bawah kurva  $y = 3^{x+1}$  yang dibatasi oleh sumbu  $X$ , garis  $x = -1$ , dan garis  $x = 2$  adalah,  $L = \int_{-1}^2 3^{x+1} dx = \frac{26}{\ln 3} = 23,666 \dots$  satuan luas.

#### D. Kesimpulan

Pada pembahasan di atas dapat dilihat bahwa *MicrosoftMathematics4.0* memberikan kemudahan ketika menggambar grafik dan menghitung nilai integral. Dengan demikian, secara umum langkah-langkah untuk menentukan Luas daerah di bawah kurva eksponen yang dibatasi oleh sumbu  $X$ , garis  $x = a$ , dan garis  $x = b$  menggunakan *MicrosoftMathematics 4.0*, diuraikan sebagai berikut.

1. Menggambarkan grafik fungsi eksponen lengkap dengan batas-batasnya menggunakan fasilitas *Graphing Tab* dengan langkah-langkah sebagai berikut: *Graphing-Equations and Functions-2D-Cartesian-Add-Input-Graph*.
2. Menentukan integral tertentu dari fungsi eksponen menggunakan fasilitas *Worksheet* dengan langkah-langkah sebagai berikut: *Worksheet-Input-Enter-Output*.

Kesimpulan di atas, dapat langsung diterapkan untuk menentukan luas di bawah kurva eksponen dengan berbagai macam bentuk fungsi eksponen yang berbeda menggunakan *Microsoft Mathematics* 4.0.

### DAFTAR PUSTAKA

- Danang Mursita, 2009. *Matematika Dasar: Fungsi Eksponen dan Logaritma*. Dalam <http://hrisdianto.files.wordpress.com/2009/10/20fungsiilogaritmaeksponen.pdf> [2 Nopember 2012].
- Microsoft, 2010. *Microsoft Mathematics for Educators: Step-by-Step*. Dalam [http://download.microsoft.com/download/C/4/5/C45EB9D7-7685-4AFD-85B3-DC66F79277AB/microsoft\\_mathmatics\\_step-by-step\\_Guide.docx](http://download.microsoft.com/download/C/4/5/C45EB9D7-7685-4AFD-85B3-DC66F79277AB/microsoft_mathmatics_step-by-step_Guide.docx). [10 Nopember 2012].
- Febian, 2011. *Menyelesaikan Perhitungan Secara Mudah dan Cepat dengan Microsoft Mathematics*. Dalam [www.pusatgratis.com](http://www.pusatgratis.com). [5 Nopember 2012].
- Sartono Wirodikromo, 2004a. *Matematika untuk SMA Kelas XII*. Semester 1. Jilid 5. Jakarta: Erlangga.
- Sartono Wirodikromo, 2004b. *Matematika untuk SMA Kelas XII*. Semester 2. Jilid 6. Jakarta: Erlangga.
- Sutrima, 2010. *Pengantar Analisis Real*. Sukoharjo: Javatechno Publisher.